

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

8.2.2014.

Први разред – А категорија

1. Аца, Бранка, Вера и Горан су од наставника математике добили задатак да израчунају количник два позитивна реална броја, и то: Аца да израчуна $a_1 : a_2$, Бранка да израчуна $b_1 : b_2$, Вера да израчуна $v_1 : v_2$, а Горан да израчуна $g_1 : g_2$. Наставник је на табли израчунао количник $(a_1 + b_1 + v_1 + g_1) : (a_2 + b_2 + v_2 + g_2)$. Испоставило се да ниједан од количника који су добили ученици није био већи од оног који је добио наставник (ученици и наставник су тачно израчунали своје количнике). Да ли количници које су добили Бранка и Горан могу бити различити?
2. Конструисати троугао ABC ако су дате две његове странице a и b тако да је величина угла наспрам једне од ових страница три пута већа од величине угла наспрам друге странице.
3. Одредити све природне бројеве k, m и n за које важи
$$2^k + 10^m - 10^n = 2014.$$
4. У троуглу ABC симетрала угла код темена A сече страницу BC у тачки D . Нормала из тачке B на праву AD сече описану кружницу троугла ABD у тачки $E \neq B$. Доказати да центар O описане кружнице троугла ABC лежи на правој AE .
5. У Лудој шуми живело је 6 вукодлака, 17 једнорога и 55 паукова. Вукодлак може да поједе паука и једнорога, али не и другог вукодлака, паук може да поједе једнорога, али не и вукодлака или другог паука, а једнорог не може да поједе ни вукодлака ни паука ни другог једнорога. Када год вукодлак поједе паука, претвара се у једнорога, а када поједе једнорога, претвара се у паука; такође, када паук поједе једнорога, постаје вукодлак. Колико највише створења може остати у шуми када више нико никог не буде могао да поједе?

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.