

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

16.03.2013.

Први разред – Б категорија

1. У зависности од реалног параметра a , у скупу реалних бројева решити једначину

$$|x - 1| + |x + 2| = a - 2x.$$

2. Дати су троуглови ABC и $A_1B_1C_1$ такви да је $\angle BAC > \angle B_1A_1C_1$, $AB = A_1B_1$ и $AC = A_1C_1$. Доказати да је $BC > B_1C_1$.
3. Доказати да међу 6 узастопних природних бројева постоји бар један који је узајамно прост са сваким од осталих 5.
4. Кружнице k_1 , са центром O_1 и полуупречником r , и k_2 , са центром O_2 и полуупречником $2r$, додирују се изнутра. Тетива AB кружнице k_2 додирује кружницу k_1 у тачки T . Нека је права p нормала из O_2 на AB , и нека је њен други пресек с кружницом k_1 тачка C . Нека је D она тачка пресека p и k_2 која је са супротне стране од O_2 у односу на AB . Доказати да је права AB симетрала дужи CD .
5. Дато је 6 тачака у равни. Нека је p број различитих правих које одређују парови ових тачака. Које све вредности може имати p ?

Време за рад 240 минута.
Решења задатака детаљно образложити.