

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

16.03.2013.

Други разред – Б категорија

1. У скупу реалних бројева решити једначину

$$\sqrt{x-30} + \sqrt{2x+4} = 8.$$

2. У скупу реалних бројева решити неједначину

$$\frac{3^x + 4^x - 5^x}{x^3 + x^4 - x^5} \geq 0.$$

3. У скупу природних бројева решити једначину

$$2!! \cdot 4!! \cdot 6!! \cdot \dots \cdot (2k)!! = (k(k+1))!!.$$

(Са  $(2k)!!$  означен је производ парних природних бројева не већих од  $2k$ . Нпр.  $8!! = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8$ .)

4. У тетивном четвороуглу  $ABCD$  важи  $CD = AD + BC$ . Доказати да пресечна тачка симетрала углова у теменима  $A$  и  $B$  припада страници  $CD$ .

5. Нека је  $n$  природан број, а  $k$  цео број, тако да је  $0 \leq k \leq n$ . Доказати да у скупу  $\{0, 1, 2, \dots, n\}$  једначине

$$x + y = n - k \quad \text{и} \quad x + y = n + k$$

имају исти број решења.

Време за рад 240 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.