

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

16.03.2013.

Трећи разред – Б категорија

1. Основица AB једнакокраког троугла површине 15 припада правој $x - 2y + 20 = 0$, а врх му је тачка $C(1, 8)$. Одредити једначине правих којима припадају краци тог троугла.

2. Доказати неједнакост

$$\sin 26^\circ \cdot \sin 58^\circ \cdot \sin 74^\circ \cdot \sin 82^\circ \cdot \sin 86^\circ \cdot \sin 88^\circ \cdot \sin 89^\circ > \frac{45\sqrt{2}}{64\pi}.$$

3. Одредити цифру десетица броја $16^{3^{2013}}$.

4. Која је најмања површина правоугаоног листа папира, који се може савити тако да се прекрије целокупна површина тетраедра код кога су све ивице дужине 1?

5. Два играча, Аца и Бранко, играју следећу игру:

- Прво Аца бира природан број $m \geq 2$ који није дељив са 3;
- Затим Бранко бира природан број n ;
- Онда Аца на табли димензија $m \times n$ исеца једно поље;
- Затим Бранко ставља на ту таблу тримино фигуре \boxplus (фигуре се могу окретати) које се не могу преклапати.

Игру добија Бранко ако може покрити целу таблу тримино фигурама, а у противном добија Аца. Ко од њих има добитну стратегију?

Време за рад 240 минута.
Решења задатака детаљно образложити.