

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

09.02.2013.

Други разред – Б категорија

1. Одредити комплексан број z за који важи

$$|z - 1| = |z - 3 - 2i| \quad \text{и} \quad |z| = |z - 4|.$$

2. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ сече y -осу у тачки $(0, 8)$, док је њена једина заједничка тачка са x -осом тачка $(2, 0)$. Колико целобројних тачака (m, n) , таквих да је $-2012 \leq m \leq 2012$ и $-2012 \leq n \leq 2012$, лежи на овој параболи?
3. Нека је $n \geq 10$ природан број. Од њега добијамо број m тако што цифре броја n напишемо у обрнутом редоследу (уколико се n завршава нулама, њих не пишемо у броју m), а затим број p као $p = |n - m|$. Нека је p_1 збир цифара броја p . Затим, нека је p_2 збир цифара броја p_1 , итд. На овај начин добијен је једноцифрен број p_k , за неко $k \geq 1$. Одредити p_k .
4. Доказати да је у сваком конвексном четвороуглу збир дијагонала већи од полубима, а мањи од обима.
5. Аца, Бане и Влада припадају породицама Лажетића и Истинољубића (свако припада само једној од те две породице). Као што им и презимена говоре сваки Лажетић увек лаже, а сваки Истинољубић увек говори истину. Аца је рекао следеће:

„Или Бане или ја припадамо различитој породици од остале двојице.”

- а) У којим случајевима је претходни исказ тачан?
б) Чије презиме са сигурношћу можемо да утврдимо?

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.