

**ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 17.03.2012.**

Четврти разред, Б категорија

1. Нека је $P(x)$ полином са реалним коефицијентима. Наћи збир квадрата његових нула уколико је познато да важи

$$P(x)^3 = x^9 + a_8x^8 + a_7x^7 + a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + 15x + 1$$

за неке $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8 \in \mathbb{R}$, и да је збир коефицијената полинома $P(x)^3$ једнак 216.

2. У скупу природних бројева решити једначину

$$\arctg \frac{n}{11} + n \cdot \arctg \frac{1}{7} = \arctg \frac{1}{n}.$$

3. Одредити (ако постоји) најмањи природан број n чије су све цифре различите и дељив је са 2012.
4. Дат је $\sphericalangle xAy$ и тачка $B, B \neq A$, на симетрали овог угла. Кружница k која садржи тачке A и B сече крак Ax у тачки $C, C \neq A$, а крак Ay у тачки $D, D \neq A$. Доказати да $AC + AD$ не зависи од избора кружнице k .
5. На колико начина можемо 3 Италијана, 4 Француза и 4 Немца да сместимо у низ ако сви Италијани морају да стоје један до другог, а никоја два Немца не смеју да стоје један до другог?

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.