

**ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 17.03.2012.**

Трећи разред, Б категорија

1. Тачке комплексне равни које одговарају комплексним бројевима

$$2a + b, 2b + c, 2c + a$$

чине темена једнакостраничног троугла. Да ли тачке комплексне равни које одговарају комплексним бројевима a, b, c морају бити темена једнакостраничног троугла?

2. Нека је x реалан број већи од 1. Шта је веће $4^x + 1$ или $2^x + 3^x$?
3. Нека је $f(x) = x^4 - 5x^2 + 67$, за $x \in \mathbb{N}$. Одредити све просте бројеве p за које је збир цифара броја $f(p)$ најмањи могући.
4. У троуглу ABC дата је тачка O тако да важи

$$OA \cdot BC = OB \cdot CA = OC \cdot AB.$$

Доказати да су подножја нормала конструисаних из тачке O на стране троугла темена једнакостраничног троугла.

5. а) Израчунати збир свих троцифрених бројева чије су све цифре непарне.
- б) Одредити последњу цифру збира свих троцифрених бројева који у декадном запису не садрже цифру 3.

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.