

**ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 11.02.2012.**

Трећи разред, Б категорија

1. Доказати да за произвољне векторе \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} важи

$$\left[(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} + \vec{c}) \right] \cdot (\vec{c} + \vec{a}) = 2\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}).$$

2. У скупу реалних бројева решити систем једначина

$$\sin x \cdot \cos 2y = 1$$

$$\cos x \cdot \sin 2y = 0.$$

3. Доказати да се квадрат природног броја не може завршавати са четири исте ненула цифре.

4. У конвексном четвороуглу $ABCD$ важи

$$\frac{AB^2 - BC^2 + AC^2}{CD^2 - AD^2 + AC^2} = \frac{AB^2 - AD^2 + BD^2}{CD^2 - BC^2 + BD^2}.$$

Доказати да је $AB \parallel CD$.

5. У поља таблице 100×100 су уписани бројеви. У свакој врсти има бар 10 различитих бројева, али у сваке три узастопне врсте има највише 16 различитих бројева. Колико највише различитих бројева може да се нађе у таблици?

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.