

**ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 11.02.2012.**

**Други разред, Б категорија**

1. У скупу реалних бројева решити неједначину

$$\sqrt{4 + 7x - 2x^2} < 2x + 1.$$

2. Нека су бројеви  $a, b, c \in \mathbb{R}$  по паровима различити и  $f(x)$  квадратни трином, тако да је  $f(a) = bc$ ,  $f(b) = ca$ ,  $f(c) = ab$ . Доказати да је

$$f(a + b + c) = ab + bc + ca.$$

3. Да ли постоји природан број  $n > 1$  такав да су последње четири цифре броја  $2012^n$  једнаке 2012?
4. Ако симетрала унутрашњег угла код темена  $A$  троугла  $ABC$  сече описану кружницу у тачки  $N$ , а страницу  $BC$  у тачки  $T$ , доказати да је

$$BN^2 = AN \cdot TN.$$

5. На једном маскенбалу окупило се  $n \geq 4$  људи. Сви су се снабдевали код истог продавца, који је у понуди имао костиме у некој од  $n + 2$  могуће боје. Неке од боја у понуди биле су: бела, црна, плава, зелена, жута, црвена. На маскенбалу се испоставило:

- тачно једна од боја {бела, црна} била је заступљена;
- тачно две од боја {црна, плава, зелена} биле су заступљене;
- од боја {бела, плава, жута} био је заступљен паран број (тј. или ниједна од њих, или тачно две);
- од боја {бела, зелена, црвена} био је заступљен паран број.

Доказати да се могу наћи две особе на маскенбалу обучене у костиме исте боје.

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.