

**ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 11.02.2012.**

Други разред, А категорија

1. Наћи све реалне бројеве a такве да неједнакост

$$x^4 + ax^3 + (a + 3)x^2 + ax + 1 > 0$$

важи за све реалне бројеве x .

2. Нека је $a \in \mathbb{R}$, $|a| > 1$. Доказати да за све $z \in \mathbb{C}$ важи

$$\left| \frac{az - i}{a + zi} \right| \leq 1 \Leftrightarrow |z| \leq 1.$$

3. Доказати да се квадрат природног броја не може завршавати са четири исте ненула цифре.
4. На страницама BC и AC троугла ABC дате су тачке D и E , редом, тако да важи $AE = BD$. Означимо са M средиште странице AB , а са P пресек правих AD и BE . Доказати да тачка Q симетрична тачки P у односу на M лежи на симетрали угла ACB .
5. У поља таблице 100×100 су уписани бројеви. У свакој врсти има бар 10 различитих бројева, али у сваке три узастопне врсте има највише 16 различитих бројева. Колико се највише различитих бројева може налазити у таблици?

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.