

**ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 25.02.2012.**

Други разред, А категорија

1. Наћи све реалне бројеве x за које важи:

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + x}} = x.$$

2. Доказати да у сваком конвексном једанаестоуглу постоје две дијагонале које су паралелне или је угао који образују праве којима припадају те дијагонале мањи од 5° .

3. Доказати да за сваки реалан број $k > 1$ важи

$$\left\{ \frac{x^2 - x}{1 - kx} \mid x \neq \frac{1}{k}, x \in \mathbb{R} \right\} = \mathbb{R}.$$

4. Доказати да површина конвексног четвороугла $ABCD$ није већа од $\frac{1}{2}(AB \cdot CD + BC \cdot DA)$. У каквим четвороугловима важи једнакост?

5. Наћи све природне бројеве x , y , u и v такве да је

$$x^3 + 7y = 2^u \quad \text{и} \quad y^3 + 7x = 2^v.$$

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.