

25.02.2012.

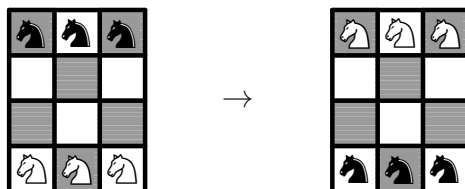
Први разред – А категорија

1. На краковима AC и BC једнакоккраког троугла ABC дате су тачке M и N , редом, тако да је $CM + CN = AC$. Доказати да средиште дужи MN припада средњој линији тог троугла која одговара страници AB .
2. а) Које остатке даје n^2 при делењу са 5.
б) Наћи све просте бројеве p такве да су и бројеви $p^2 + 4$ и $p^2 + 6$ прости.
3. Одредити све целе бројеве x тако да вредност израза

$$A = \frac{-3x^3 - x^2 + 12x + 4}{3x^3 + x^2 - 15x - 5}$$

буде цео број.

4. Дате су три различите тачке у равни H , S и T . Конструисати троугао ABC тако да тачке H , S и T , редом, буду пресеци описане кружнице k око троугла ABC са продужецима висине, симетрале угла и тежишне линије из истог темена B . Дискутовати егзистенцију и број решења у зависности од положаја датих тачака!
5. На шаховској табли 4×3 постављена су 3 бела скакача и 3 црна скакача као на наредној слици лево.



Заменили места белим и црним скакачима уз најмањи број потеза (тј. довести их до позиције на претходној слици десно). Скакачи се крећу као у шаху.

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.