

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 19.03.2011.

Први разред, Б категорија

1. Нека је $ABCD$ тетиван четвороугао. Уколико су A_1 , B_1 , C_1 и D_1 средишта лукова над тетивама AB , BC , CD , DA , редом, који не садрже неку од преосталих тачака, доказати да је $A_1C_1 \perp B_1D_1$.

2. Одредити цифру јединица и цифру десетица броја

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2009 \cdot 2011.$$

3. Нека је $ABCDEF$ правилан шестоугао, P и Q средине редом страница BC и EF и тачка T пресек дужи AP и BQ . Одредити $AT : TP$ и $BT : TQ$.

4. У зависности од реалног параметра a одредити сва реална решења једначине

$$3(1 + a + a^2) \cdot x = (1 + a + a^2)^2 \cdot x + a^5 + a^4 + a^3 - a^2 - a - 1.$$

5. Раван је обојена у 2 боје. Доказати да постоји троугао са страницама дужина 1 cm, $\sqrt{3}$ cm и 2 cm чија су сва темена исте боје.

Време за рад 240 минута.

Сваки задатак вреди 20 поена.

Сваки задатак писати на засебном листу.