

**ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 19.03.2011.**

Четврти разред, Б категорија

1. У скупу реалних бројева решити систем неједначина

$$\begin{aligned}x + 4 &> \frac{2 \log_2 3 - 3 \log_8 45}{\log_4 75 + \log_{0,25} 3} \\x \cdot \log_{0,5}(x^2 + 3x) + \log_3 9^x &> 0.\end{aligned}$$

2. Нека су M и N средишта дужи AB и AC , редом, једнакостраничног троугла ABC и P тачка таква да је N средиште дужи MP . Нека је $ND \perp AP$ ($D \in AP$) и $ND \cap BC = \{Q\}$. Доказати:

а) $PA \perp AB$;

б) $DQ = \frac{3}{4}BC$.

3. Колико решења у скупу природних бројева има једначина

$$x + y + z = 2011$$

таквих да је $x \geq 19$ и $y \geq 3$?

4. Ако су a , b и n природни бројеви доказати да се број $(a^2 + b^2)^n$ може приказати као сума квадрата два цела броја.
5. Нека је a цео број. Одредити нуле полинома

$$x^3 + ax - 13x + 42$$

ако је познато да су све оне цели бројеви.

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.
Сваки задатак писати на засебном листу.