

**ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 19.02.2011.**

Први разред, Б категорија

1. За које вредности реалног параметра a једначина

$$|x - 1| - |x - 2| + |x - 3| = a$$

има тачно четири реална решења?

2. На страницама AB и BC паралелограма $ABCD$ дате су тачке M и N тако да је $AM : MB = 2 : 1$ и $BN : NC = 1 : 1$. Ако је S пресечна тачка дужи AN и DM , наћи однос $AS : SN$.

3. Три друга Аца, Бојан и Вељко погађају непознат шестоцифрен број, састављен од цифара 1,2,3,4,5,6, при чему се ове цифре не понављају. Они дају следеће претпоставке за непознат број:

- Аца: 123456.
- Бојан: 245163.
- Вељко: 463215.

Ако се зна да је Аца погодио тачан положај 3 цифре, Бојан 3 цифре и Вељко 1 цифре, одредити непознати број.

4. Да ли постоје природни бројеви a, b, c такви да је

$$2010 = (a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a)?$$

5. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека су $ABB'A'$, $BCC''B''$ и $CDD'C'$ квадрати конструисани у спољашњости овог паралелограма и нека су O_1, O_2 и O_3 њихови центри, редом. Доказати да су троуглови O_1BO_2 и O_3CO_2 подударни.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.