

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 19.02.2011.

Други разред, Б категорија

1. На колико начина се може поређати 10 различитих књига на полицу, али тако да за пет одређених важи да никоје две нису једна до друге?
2. Дат је квадрат $ABCD$. Нека је тачка E у унутрашњости, а тачка F у спољашњости овог квадрата тако да су троуглови ABE и CBF једнакостранични. Доказати да су тачке D , E и F колинеарне.

3. За реалан број d кажемо да је *добар* ако је за сваки реалан број x испуњено

$$\frac{2x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 1} \leq d.$$

(а) Доказати да је 4 добар број.

(б) Наћи све добре бројеве.

4. У једнакоккраком троуглу ABC ($AC = BC$) угао код темена C је 108° . Наћи однос дужине основице и дужине крака.
5. Нека су b и c природни бројеви, а a прост број. Ако је $a^2 + b^2 = c^2$, доказати да је $a < b$.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.