

**ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 19.02.2011.**

**Други разред, А категорија**

1. Пера и Мика играју следећу игру: они наизменично уписују реалне бројеве на место неког од до тада неуписаних коефицијената  $a, b, c$  једначине

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Пера игра први и он добија ако једначина има и једно позитивно и једно негативно решење, а Мика добија у осталим случајевима. Ко од њих двојице има победничку стратегију?

2. Дат је квадрат  $ABCD$ . Изван квадрата је конструисан полукруг над пречником  $AB$ . Одредити тачку  $P$  са овог полукруга тако да израз

$$AP^2 + CP^2$$

има максималну вредност.

3. Дат је троугао  $BEC$ . Над странама  $BC$  и  $CE$  са спољашње стране троугла конструисани су квадрати  $BCDA$  и  $CEFG$ . Ако је  $CK$  тежишна дуж троугла  $CBE$ , а  $CL$  висина троугла  $DCG$ , доказати да су тачке  $C$ ,  $K$  и  $L$  колинеарне.
4. Одредити минималан број коња који се могу поставити на шаховску таблу димензија  $7 \times 7$  тако да свако поље табле буде тучено неким од њих.
5. Нека је  $n > 28$  савршен број дељив са 7. Доказати да је  $n$  дељив са 49. (Природан број  $n$  је савршен ако је збир свих његових позитивних делилаца мањих од  $n$  једнак  $n$ . Нпр. 6 је савршен, јер је  $1 + 2 + 3 = 6$ .)

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.