

**ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 19.02.2011.**

Први разред, А категорија

1. Да ли постоје природни бројеви a , b , c такви да је

$$2010 = (a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a)?$$

2. У равни су дате кружнице k_1 и k_2 и права p која сече k_1 у тачкама A и B , а k_2 у тачкама C и D . Пресечне тачке тангенти кружнице k_1 у тачкама A и B са тангентама кружнице k_2 у тачкама C и D су K , L , M и N . Доказати да су K , L , M и N концикличне тачке.

3. Одредити све природне бројеве n такве да је број

$$\left| n - \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}} \right| + \left| 3 - \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}} \right|$$

рационалан.

4. У једнакокраком троуглу ABC ($AB = BC$) је одабрана тачка M таква да је $\sphericalangle AMC = 2\sphericalangle ABC$. Тачка N на дужи AM задовољава $\sphericalangle BNM = \sphericalangle ABC$. Доказати да је $BN = CM + MN$.
5. Фигура површине веће од 1006 може се сместити у правоугаоник димензија 2011×1 . Доказати да постоје две тачке те фигуре (на рубу или унутрашњости) које су на растојању тачно 1.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.