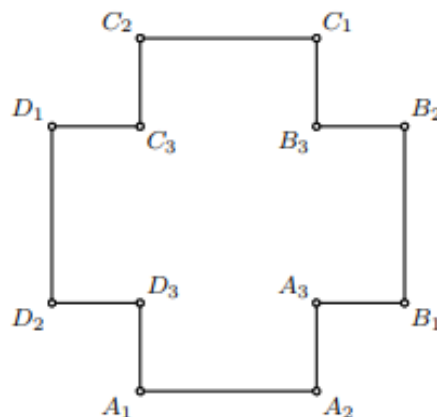


ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 20.03.2010.

Први разред, А категорија

1. У $\triangle ABC$ је $\sphericalangle ABC = 80^\circ$. Тачка D на страници BC је таква да важи $AB = AD = CD$, тачка F на страници AB је таква да важи $AF = BD$ и тачка E на правој BC је таква да важи $B-C-E$ и $\sphericalangle BEF = 20^\circ$. Доказати да је $DE = AC$.
2. Четвороугао $ABCD$ је траpez ($AB \parallel CD$) у који се може уписати круг. Доказати да се кружница над пречником BC и кружница над пречником AD додирују.
3. Нека је $n > 1$ природан број. Колико има n -тоцифрених бројева који су палиндром и дељиви су са 9?
(Број је палиндром уколико му је декадни запис симетричан, тј. запис му је исти слева на десно и здесна на лево.)
4. Нека је $P(x)$ полином са целобројним коефицијентима, такав да за неке просте бројеве $p < q < r$ важи $\{P(p), P(q), P(r)\} = \{20, 3, 2010\}$. Доказати да је $P(p+q) = 2010$.
5. Може ли се унутар фигуре са слике (укључујући руб) сместити девет тачака, међу којима никоје три нису колинеарне, тако да кадгод неке три од њих образују троугао који припада унутрашњости фигуре, његова површина је већа од 2 ($A_1A_2 = B_1B_2 = C_1C_2 = D_1D_2 = 2$, $A_2A_3 = A_3B_1 = B_2B_3 = B_3C_1 = C_2C_3 = C_3D_1 = D_2D_3 = D_3A_1 = 1$)?



Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.