

**ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 28.03.2009.**

Први разред, Б категорија

1. Одредити остатак при дељењу броја $5^{102} + 4^{99} + 3^{100}$ са 13.
2. Нека су V, S, T различите тачке равни. Конструисати троугао ABC , тако да су тачке V, S и T пресечне тачке описане кружнице овог троугла са правама којима припадају висина, симетрала угла и тежишна линија које одговарају темену C , редом.
3. Доказати да за све реалне x и y важи неједнакост

$$x^2y^4 + 2 \cdot (x^2 + 2) \cdot y^2 + 4xy + x^2 \geqslant 4xy^3.$$

4. Нека је ABC тупоугли троугао ($\angle ABC > 90^\circ$) и нека је R полуупречник описане кружнице овог троугла. Симетрале унутрашњег и спољашњег угла код темена C секу праву AB у тачкама L и M , редом. Ако је $CL = CM$, доказати да је $4R^2 = AC^2 + BC^2$.
5. На колико начина је могуће у свако поље табеле са две врсте и 2009 колона уписати природан број не већи од 2803, тако да ни у једној колони већи број не буде изнад мањег?

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.