

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 28.03.2009.

Четврти разред, Б категорија

1. Збир три броја је 14. Ако се средњи по величини повећа за 1, добијају се три узастопна члана аритметичког низа. Ако се исти број смањи за 1, добијају се три узастопна члана геометријског низа. Одредити збир квадрата та три броја.

2. Одредити све вредности реалног параметра a за које су неједначине

$$\log_{x^2}(x+6) \geq \frac{1}{4} \quad \text{и} \quad \log_{x+a}(x+4) \leq 1$$

еквивалентне.

3. Нека су $a, b, c \in \mathbb{R}$ и нека је функција $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ дефинисана са

$$f(x) = a \sin^2 x + 2b \sin x \cos x + c \cos^2 x.$$

Одредити $\max_{x \in [0, 2\pi]} f(x)$ (у функцији од a, b, c).

4. Колико се највише коња може поставити на шаховску таблу димензија 7×7 тако да се никоја два не туку?
5. Странице троугла ABC су узастопни чланови аритметичке прогресије. Наћи углове овог троугла, ако су и одговарајуће тежишне линије t_a, t_b и t_c узастопни чланови аритметичке прогресије.

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.