

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 28.03.2009.

Трећи разред, Б категорија

1. У xOy -равни одредити једначине страница троугла ABC , ако су координате тачке $A(0, -9)$, једначина праве која садржи тежишну дуж која одговара темену B је $x + 2y + 13 = 0$, а једначина праве која садржи висину која одговара темену C је $3x + y + 19 = 0$.
2. Нека тачка M припада описаној кружници једнакоугаоног $\triangle ABC$. Ако је полупречник ове кружнице R , израчунати $MA^4 + MB^4 + MC^4$.
3. У праву купу полупречника основе $r = 17$ и изводнице $s = \sqrt{545}$ уписана је права тространа призма основних ивица $a = 17$, $b = 10$ и $c = 9$, тако да се темена доње основе налазе у основи купе, а горње на омотачу. Израчунати запремину призме.
4. Колико се највише коња може поставити на шаховску таблу димензија 7×7 тако да се никоја два не туку?
5. Одредити све реалне бројеве x за које важи

$$\log_{x+1} x \geq \log_{x^2+1} x^2 \geq \log_{x^3+1} x^3 \geq \dots \geq \log_{x^n+1} x^n \geq \dots$$

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.