ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 28.03.2009.

Други разред, А категорија

1. У скупу реалних бројева решити једначину

$$28 \cdot 3 \cdot 2009 = 28^x \cdot 3^{x^2} \cdot 2009^{x^3}.$$

2. Одредити све природне бројеве n за које једначина

$$x^n + 2x^{n-1} + 3x^{n-2} + \ldots + nx + n + 1 = 0$$

има бар једно решење у скупу рационалних бројева.

3. Нека су r и R полупречници уписане и описане кружнице, редом, оштроуглог троугла, а α, β и γ његови углови. Доказати да важи

$$\frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{\cos\beta} + \frac{1}{\cos\gamma} \geqslant \frac{9R}{R+r}.$$

4. На колико начина се 6 различитих куглица може распоредити у 6 кутија које се не разликују? У сваку кутију се може распоредити произвољан број куглица; кутија може бити и празна.

5. Да ли постоји природан број који је потпун квадрат и чији је збир цифара једнак 2009^{2008}?

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.