

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 28.02.2009.

Трећи разред, Б категорија

1. Нека је $\vec{a} = (-1, 1, 1)$ и $\vec{b} = (2, 0, 1)$. Одредити вектор \vec{x} , који припада равни одређеној векторима \vec{a} и \vec{b} , ортогоналан је на вектор \vec{b} и важи $\vec{a} \cdot \vec{x} = 7$.
2. Нека су AB и AC тетиве круга полупречника R . Тачка M припада правој AB , а њено растојање од праве AC је једнако AC . Тачка N припада правој AC , а њено растојање од праве AB је једнако AB . Израчунати MN .
3. Одредити све вредности реалног параметра p тако да једначина

$$(p - 1)4^x - 4 \cdot 2^x + (p + 2) = 0$$

има бар једно решење.

4. Нека је $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ коцка странице a и нека тачка P полови AB , тачка Q полови BC , а тачка R припада дужи CC_1 , тако да је $CR : RC_1 = 1 : 2$. Одредити обим и површину фигуре која се добија у пресеку равни PQR и коцке.
5. Нека је $n > 2$ природан број. Доказати да важи $\sin \frac{\pi}{n} > \frac{3}{\sqrt{n^2 + 9}}$.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.