

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 28.02.2009.

Први разред, А категорија

1. Нека су M и N различите тачке које не припадају правој p . Конструирати троугао ABC , такав да страница AB припада p , а тачке M и N су подножја висина троугла из темена A и B , редом.

2. Нека су p, q, r реални бројеви за које важи

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 0 \quad \text{и} \quad p + q + r = 1.$$

Доказати да за све реалне a, b, c важи

$$a^2 + b^2 + c^2 = (pa + qb + rc)^2 + (qa + rb + pc)^2 + (ra + pb + qc)^2.$$

3. За сваку тачку првог квадранта одредити праву која пролази кроз ту тачку, а са позитивним деловима координантних оса гради троугао минималне површине.
4. Одредити све природне бројеве n за које је тачно тврђење:

Природан број x дељив је са n ако и само ако је збир цифара броја x дељив са n .

5. Два тима, сваки са по 6 фудбалера, имају на располагању 4 шортса и 4 мајице, у свакој од следећих боја – црвеној, плавој и белој. На колико начина фудбалери могу да се обуку за утакмицу тако да сваки фудбалер обуче шортс и мајицу, ако се зна да сваки тим мора да има своју карактеристичну боју?

Напомена. Боја је карактеристична за тим ако сваки играч тог тима има бар један одевни предмет те боје, а да притом нико из супротног тима нема ниједан одевни предмет те боје.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.