

**ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 29.03.2008.**

Први разред, Б категорија

1. Нека су a и b природни бројеви. Доказати да је број $(a + b)^6 - a^6$ дељив бројем $a^2 + ab + b^2$.
2. Доказати да је број $3^{105} + 4^{105}$ дељив са $49 \cdot 181$.
3. Нека је P тачка у унутрашњости $\triangle ABC$, таква да је $\angle PAC = \angle PBC$. Нека су M и K подножја нормала из тачке P на странице BC и AC , редом. Ако је D средиште странице AB , доказати да је $DK = DM$.
4. У троуглу ABC је $\angle ABC = 45^\circ$ и $\angle CAB = 15^\circ$. Нека је M тачка на полуправој BC таква да је $\overrightarrow{BM} = 3 \cdot \overrightarrow{BC}$. Одредити углове троугла ABM .
5. Капетан је добио задатак да распореди 12 војника (различитих по висини) у 3 врсте по 4 војника, тако да су испуњени следећи услови:
 - 1^o сваки војник је нижи од свих војника који се налазе иза њега (у осталим врстама);
 - 2^o сваки војник је нижи од свих војника који се налазе десно од њега (у његовој врсти);
 - 3^o у последњој врсти се налазе 4 највиша војника.

На колико начина капетан то може учинити?

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.