

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 29.03.2008.

Четврти разред, Б категорија

1. Нека је $a \in \mathbb{R}$. У скупу реалних бројева решити

$$\sqrt{x - 4a + 16} - 2 \cdot \sqrt{x - 2a + 4} + \sqrt{x} = 0.$$

2. Ако је O пресечна тачка дијагонала AC и BD правилног петоугла $ABCDE$, доказати да је

$$AO^2 = AC \cdot OC.$$

3. Нека су m и n природни бројеви. Доказати да је број $m^{4n+1} - m$ дељив са 30.

4. Одредити све комплексне бројеве z , тако да тачке које одговарају бројевима $1, z, z^2$ и z^3 (не обавезно у датом поретку) чине темена паралелограма.

5. У скупу реалних бројева решити

$$\log_{x^2}(2 - x^2) + \log_{x^2+5x+7}(5x + 7) \leq 1.$$

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.