

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 29.03.2008.

Други разред, Б категорија

1. У скупу реалних бројева решити

$$|x^2 + x - 2| = 4x + 2.$$

2. Нека су D , E и F подножја висина из тачака A , B и C , редом, оштроуглог троугла ABC . Доказати да је

$$BD \cdot CD = DE \cdot DF.$$

3. У скупу реалних бројева решити

$$4 \cdot \sqrt{\frac{2^x - 1}{2^x}} + \sqrt{14} \leq 14 \cdot \sqrt{\frac{2^{x-2}}{2^x - 1}}.$$

4. Познато је да је $3^7 = 2187 > 2048 = 2^{11}$. Доказати да важи

$$(\log_{24} 48)^2 + (\log_{12} 54)^2 > 4.$$

5. Колико најмање ђака може бити у групи у којој важи следеће – сваки ђак познаје најмање шест ђака, и не постоје три ђака која се међусобно познају (познанства су узајамна)?

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.