

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 29.03.2008.

Трећи разред, А категорија

1. Положај велике и мале казаљке на сату назива се *двоструко могућим* ако ће заменом места велике и мале казаљке оне опет коректно показивати неко време. Колико има двоструко могућих положаја казаљки?

2. Нека је $n > 1$ природан број. Одредити коефицијент уз $x^{\frac{n^2+n-4}{2}}$ у развоју полинома

$$(x+1)^1 \cdot (x+2)^2 \cdot \dots \cdot (x+n)^n.$$

3. У свако поље таблице 8×7 уписан је број на следећи начин: у поље (i, j) које се налази у пресеку i -те врсте и j -те колоне уписан је број $i \cdot (2j+1)$. У тако добијеној табlici дозвољено је изабрати било који квадрат 3×3 или квадрат 4×4 и повећати за 1 сваки број у пољима изабраног квадрата. Да ли се полазна таблица применом таквих операција може трансформисати у таблицу у којој су сви бројеви парни?

4. У скупу природних бројева решити

$$7^x + 12^y = 13^z.$$

5. Нека је $d > 0$ реалан број. Конструисати правоугаоник $MNPQ$ дијагонале $NQ = d$ уписан у дати троугао ABC , тј. правоугаоник коме страница MN припада правој одређеној са AB , а темена P и Q припадају страницама BC и CA , редом.

Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.