

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 23.02.2008.

Први разред, Б категорија

1. У скупу реалних бројева решити

$$\frac{|x - 3| + 2}{|2x - 3| - 5} \leq 0.$$

2. Нека су E и F , редом, средишта страница AB и CD четвороугла $ABCD$. Ако су средишта дужи AF , CE , BF и DE неколинеарне тачке, доказати да чине темена паралелограма.
3. Одредити све $a, b \in \mathbb{Q}$ такве да је

$$(a - \sqrt{2})(6 - a + \sqrt{2}) = b.$$

4. Кроз пресечне тачке A и B кружница k_1 и k_2 конструисане су две паралелне праве које по други пут секу кружницу k_1 у тачкама C и D , а кружницу k_2 у тачкама E и F . Доказати да је $CD = EF$.
5. (а) На колико начина се могу изабрати два несуседна двоцифрена броја?
(б) Колико има петоцифрених бројева у којима се цифра 5 појављује тачно два пута и чије су преостале три цифре различити елементи скупа $\{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$?

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.