

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 23.02.2008.

Четврти разред, Б категорија

1. Доказати да је за сваки прост број $p \geq 5$, полином $(x+1)^p - x^p - 1$ дељив полиномом $x^2 + x + 1$.
2. Израчунати интезитет вектора $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, ако су $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ јединични вектори, такви да је угао између било која два од њих $\frac{\pi}{3}$.
3. Одредити на колико се начина могу распоредити 4 куглице у 7 кутија, ако се
 - (а) и куглице и кутије разликују;
 - (б) не разликују ни кутије ни куглице.
4. Нека су $a, b, c \in \mathbb{R}$. Доказати да једначина
$$(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$$
има бар једно решење у скупу реалних бројева.
5. Одредити све $m \in \mathbb{R}$, тако да корени једначине
$$x^3 - 12x^2 + mx - 60 = 0$$
представљају дужине страница правоуглог троугла.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.