

**ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**  
**УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 23.02.2008.**

**Трећи разред, Б категорија**

1. У скупу реалних бројева решити

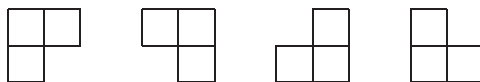
$$\log_2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{x+1}{x-3} \geq 1.$$

2. Одредити угао који граде вектори  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , ако су вектори  $\vec{m} = 2\vec{a} - \vec{b}$  и  $\vec{n} = \vec{a} + 5\vec{b}$  међусобно ортогонални и  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ .
3. Нека су  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  и  $\beta \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$  такви да важи

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}.$$

Одредити могуће вредности  $\alpha + 2\beta$ .

4. У  $\triangle ABC$ , симетрала  $\sphericalangle BAC$  сече  $BC$  у тачки  $D$ ; права која садржи  $D$  и паралелна је са  $AC$  сече  $AB$  у тачки  $E$ ; права која садржи  $E$  и паралелна је са  $BC$  сече  $AC$  у тачки  $F$ . Доказати да је  $AE = FC$ .
5. L-тримино је фигура састављена од три јединична квадрата, неког од облика



Одредити најмање  $m$ , тако да је из квадратне мреже димензија  $5 \times 5$  (састављене од 25 јединичних квадрата) могуће изрезати  $m$  L-триминоа, а притом се из остатка не може изрезати више ниједан L-тримино. (Приликом изрезивања, квадрати који чине L-тримино се морају поклапати са квадратима мреже.)

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.