

**ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**  
**УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 23.02.2008.**

**Трећи разред, А категорија**

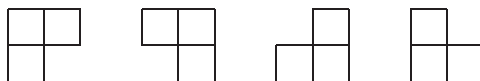
1. У  $\triangle ABC$ , симетрала  $\sphericalangle BAC$  сече  $BC$  у тачки  $D$ ; права која садржи  $D$  и паралелна је са  $AC$  сече  $AB$  у тачки  $E$ ; права која садржи  $E$  и паралелна је са  $BC$  сече  $AC$  у тачки  $F$ . Доказати да је  $AE = FC$ .
2. Испитати да ли је  $\operatorname{tg} 1^\circ$  рационалан број.
3. Нека су  $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n \geq 0$  реални бројеви такви да је

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1.$$

Доказати да је

$$a_1^2 + 3a_2^2 + 5a_3^2 + \dots + (2n-1)a_n^2 \leq 1.$$

4. На колико се најмање тетраедара може исећи коцка?
5. L-тримино је фигура састављена од три јединична квадрата, неког од облика



Одредити најмање  $m$ , тако да је из квадратне мреже димензија  $5 \times 5$  (састављене од 25 јединичних квадрата) могуће изрезати  $m$  L-тримина, а притом се из остатка не може изрезати више ниједан L-тримино. (Приликом изрезивања, квадрати који чине L-тримино се морају поклапати са квадратима мреже.)

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.