

**ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**  
**УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 23.02.2008.**

**Први разред, А категорија**

1. Кроз пресечне тачке  $A$  и  $B$  кружница  $k_1$  и  $k_2$  конструисане су две паралелне праве које по други пут секу кружницу  $k_1$  у тачкама  $C$  и  $D$ , а кружницу  $k_2$  у тачкама  $E$  и  $F$ . Доказати да је  $CD = EF$ .
2. (а) На колико начина се могу изабрати два несуседна двоцифрена броја?  
(б) Колико има петоцифрених бројева у којима се цифра 5 појављује тачно два пута и чије су преостале три цифре различити елементи скупа  $\{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ ?
3. Колико се највише топова може поставити на „шаховску“ таблу димензија  $5 \times 4$ , тако да сваки топ „напада“ највише једног од преосталих? (Неки топ „напада“ све топове који су у врсти у којој се и он налази, као и све топове који су у колони у којој се он налази.)
4. За  $x, y, z \in \mathbb{Z}$  важи

$$x^2z + y^2x + z^2y = x^2y + y^2z + z^2x + x + y + z.$$

Доказати да  $27 \mid x + y + z$ .

5. Нека је  $\triangle ABC$  такав да је  $AB = 2$ ,  $BC = 3$  и  $CA = 4$ . Наћи изломљену линију  $XYZ$  са крајевима  $X, Z$  на рубу  $\triangle ABC$ , такву да је  $XY = YZ = 1$  и која дели  $\triangle ABC$  на два дела једнаких површина.

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.