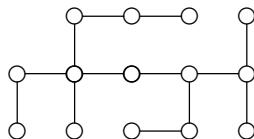


Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
24.03.2007.

Први разред – Б категорија

- Наћи све природне бројеве x такве да су све цифре броја x^{29} различите.
- На приказаној мапи сваки кружић је кућа у којој станује по један ћак пешак док су линије између кружића путеви између кућа. Где треба изградити школу у селу тако да укупан пут који прелазе ћаци пешаци буде најмањи ако се зна да је дужина пута између две суседне куће једнака 1 километар. Образложити одговор!



Напомена: Ћаци се крећу искључиво по путевима а дозвољено место за изградњу школе је на некој линији или у неком од чворова наведене мапе.

- Наћи остатак дељења броја B бројем A ако је $x = 2^{2007}$ и
$$A = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \quad B = x^{42} + x^{35} + x^{28} + x^{21} + x^{14} + x^7 + 1.$$
- Доказати да конвексан четвороугао $ABCD$ код кога је $AB = 2$, $BC = 1$, $DA = 3$, $\angle BAD = 60^\circ$ и $\angle BCD = 120^\circ$, мора бити трапез.
- Одредити непознате бројеве (број цифара) у једнакости

$$\sqrt{11\cdots 1 - 22\cdots 2} = 33\cdots 3$$

ако се зна да број $33\cdots 3$ има 2007 цифара.

Време за рад 240 минута.
Решења задатака детаљно образложити.