

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

24.03.2007.

Први разред – А категорија

1. Дијагонале AC и CE правилног шестоугла $ABCDEF$ подељене су тачкама M и N тако да је $AM : AC = CN : CE = \lambda$. Одредити λ ако су тачке B, M и N колинеарне.
2. Дате су три неколинеарне тачке A, B и C . Конструисати тачку D тако да четвороугао $ABCD$ буде тетиван и тангентан.
3. За сваки природан број обележимо са x_n број који се добија узастопним записивањем природних бројева од 1 до n (нпр. $x_{15} = 123456789101112131415$). Одредити све природне бројеве n за које 27 дели $x_n^2 + x_n - 2$.
4. Одредити минималну вредност израза $x + y + z$ при ограничењима
$$xy(10x + 10y + 7z) \geq 27,$$
$$yz(10y + 10z + 7x) \geq 27,$$
$$zx(10z + 10x + 7y) \geq 27,$$
$$x, y, z \geq 0.$$
5. У равни троугла ABC уочимо n правих, од којих је свака паралелна некој страници троугла. За које најмање n је могуће да ових n правих деле раван на бар 207 области (ограничених и неограничених)?

Време за рад 240 минута.

Решења задатака детаљно образложити.