

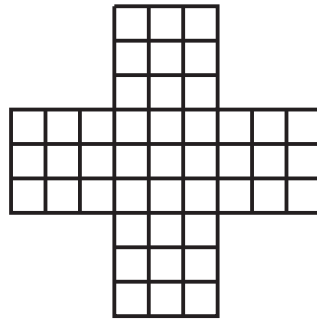
Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

24.02.2007.

Трећи разред – А категорија

1. Замак има форму неконвексног 12-тоугла (као на слици) са укупно 45 квадратних одаја. Између сваке две одаје које имају заједнички зид постоје врата. Туриста креће из неке одаје и жели да обиђе што више одаја и да се врати у полазну одају, али тако да у сваку одају уђе највише једанпут. Колико највише одаја он може овако да посети?



2. Наћи све полиноме облика $x^n \pm x^{n-1} \pm x^{n-2} \pm \dots \pm x \pm 1$ који имају све корене реалне.
3. На страни BC троугла ABC уочимо тачку D и уочимо уписане кругове у троуглове ABD и ACD . Заједничка спољашња тангента ова два круга, различита од праве BC , сече дуж AD у тачки K . Доказати да дужина дужи AK не зависи од положаја тачке D .
4. Наћи све природне бројеве n мање од 100 којима је збир цифара у декадном запису једнак збиру цифара у бинарном запису.
5. Наћи сва реална решења једначине $(2 + \sqrt{3})^x + 1 = (2 \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}})^x$.

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.