

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

24.02.2007.

Други разред – А категорија

1. Нека је  $AC$  тетива кружнице полупречника  $R$  којој одговара централни угао  $\phi$ . На кружном луку који одговара овој тетиви (унутар угла  $\phi$ ) одредити тачку  $B$  тако да збир дужина тетива  $AB$  и  $BC$  буде максималан. Колики је тај збир?

2. За које  $a \in \mathbb{R}$  су сва решења једначине

$$3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a - 4) = 0$$

реална и задовољавају услов  $|x| < 1$ ?

3. Нека је  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  функција дефинисана на следећи начин

$$f(n) = \sum_{i=1}^n NZD(i, n), \text{ за свако } n \in \mathbb{N}.$$

Наћи  $f(2^{2007})$ .

4. Да ли има више релација еквиваленције или релација поретка на скупу  $\{1, 2, \dots, n\}$ , где је  $n \in \mathbb{N}$ ?

5. Одредити све реалне бројеве  $x$  и  $y$  за које важи једнакост

$$x^2 - 2x \cos(xy) + 1 = 0.$$

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.