

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
**18.03.2006.**

**Први разред – Б категорија**

1.

2. Ако су  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  непразни подскупови равни  $\alpha$ , такви да је  $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset$  и  $\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \alpha$ , доказати да постоји једнакокраки правоугли троугао чија су сва три темена у једном од скупова  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ .
3. а) Доказати да број  $n^2 + n + 1$  није дељив са 2006 ни за један природан број  $n$ .  
б) Доказати да број  $n^2 + n + 2$  није дељив са 2007 ни за један природан број  $n$ .
4. Дат је троугао  $ABC$  у коме важи  $\angle C = 90^\circ + \frac{\angle B}{2}$ . Нека је  $M$  средиште странице  $BC$ . Круг са центром у  $A$  и полупречником  $AM$  сече, опет, праву  $BC$  у  $D$ . Доказати да је  $MD = AB$ .
5. Кружница уписана у троугао  $ABC$  додирује његове странице  $AB$ ,  $BC$  и  $CA$  у тачкама  $M$ ,  $N$  и  $K$  редом. Права кроз тачку  $A$ , паралелна са  $NK$ , сече праву  $NM$  у тачки  $D$ . Права кроз тачку  $A$ , паралелна са  $NM$ , сече праву  $NK$  у тачки  $E$ . Доказати да права  $DE$  садржи средњу линију троугла  $ABC$ .

Време за рад 240 минута.  
Задатке детаљно образложити.