

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.03.2006.

Други разред – Б категорија

1. Наћи сва целобројна решења једначине

$$\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x-1} = 1.$$

2. Постоје ли реални бројеви  $b$  и  $c$  такви да свака од једначина  $x^2 + bx + c = 0$  и  $2x^2 + (b+1)x + c + 1 = 0$  има по два целобројна корена?
3. Нека је функција  $f : R \rightarrow R$ , дата са  $f(x) = \frac{2x^2+6x+6}{x^2+4x+5}$ , за свако  $x \in R$ . Одредити максималну вредност (ако постоји) дате функције.
4. Дат је конвексан шестоугао  $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$  чије су све странице једнаке и  $\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 = \alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_6$ , при чему је  $\alpha_i$  унутрашњи угао шестоугла код темена  $A_i$ . Доказати да је  $\alpha_1 = \alpha_4$ ,  $\alpha_2 = \alpha_5$  и  $\alpha_3 = \alpha_6$ .
5. У дневној соби се налази неки број људи, и познато је да сваки од њих познаје тачно пет присутних. Доказати да је за неко  $n > 5$  могуће одабрати  $n$  људи из дневне собе и сместити их за округли сто у трпезарији тако да свако седи између два познаника.

Време за рад 240 минута.  
Задатке детаљно образложити.