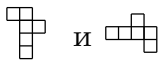



Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.03.2006.

Трећи разред – Б категорија

1. Нека су a , b катете и c хипотенуза правоуглог троугла ABC . Израчунати максималну вредност израза $\frac{t_a+t_b}{t_c}$, где су t_a , t_b и t_c дужине тешкишних дужи које одговарају, редом, страницама a , b и c троугла ABC .
2. Доказати да за свако $x \in R$ важи неједнакост $\sin^5 x + \cos^5 x + \sin^4 x \leq 2$. Када важи једнакост?
3. Дијагонале AC и BD конвексног четвороугла $ABCD$ секу се у тачки E тако да су површине троуглова AED и BCE једнаке. Одредити меру угла ACD , ако су странице троугла ABE у односу $BE : EA : AB = 5 : 6 : 7$.
4. У мрежи коцке су два квадратића суседна уколико имају заједничку страницу (само једна тачка није довољна) и сви квадратићи су међусобно повезани преко суседних. Две мреже коцке су еквивалентне ако једну од друге можемо добити коришћењем ротације и/или симетрије: нпр. мреже  су међусобно еквивалентне, али нису еквивалентне са . Наћи број нееквивалентних мрежа коцке ивице 1 и нацртати све такве мреже.
5. Нека су d_1, d_2, \dots, d_k сви делиоци природног броја n , такви да је

$$1 = d_1 < d_2 < d_3 < \dots < d_k = n.$$

Наћи све бројеве n за које је $k \geq 4$ и важи $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = n$.

Време за рад 240 минута.
Задатке детаљно образложити.