

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.03.2006.

Други разред – А категорија

1. Доказати да је број $2^{n+2} \cdot 7^n + 1$ сложен за сваки природан број n .
2. Да ли постоје неподударни троуглови једнаких обима и површине?
3. Нека је k полукружница са центром O конструисана над пречником AB и нека су тачке S_1, S_2, S_3 на полукружници k такве да је $\sphericalangle AOS_1 = \sphericalangle S_1OS_2 = \frac{\pi}{9}$ и $\sphericalangle S_2OS_3 = \frac{2\pi}{9}$. Доказати да је $P_1P_2 = P_3O$, где су P_1, P_2, P_3 пројекције тачака S_1, S_2, S_3 на пречник AB .
4. У дневној соби се налази неки број људи, и познато је да сваки од њих познаје тачно пет присутних. Доказати да је за неко $n > 5$ могуће одабрати n људи из дневне собе и сместити их за округли сто у трпезарији тако да свако седи између два познаника.
5. У скупу реалних бројева решити једначину $x = \sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2 + x}}}$

Време за рад 240 минута.
Задатке детаљно образложити.