

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.02.2006.

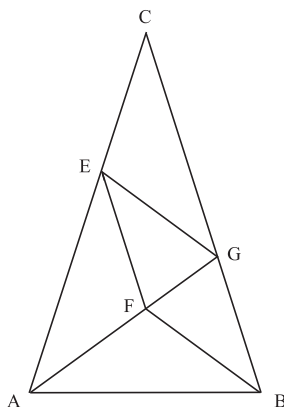
Други разред – Б категорија

1. Ако су a, b, c реални бројеви такви да је $(b-1)^2 - 4ac < 0$, доказати да систем једначина

$$\begin{aligned}ax^2 + bx + c &= y, \\ ay^2 + by + c &= z, \\ az^2 + bz + c &= x\end{aligned}$$

нема реалних решења.

2. Свака дијагонала конвексног петоугла одсеца троугао јединичне површине. Израчунати површину тог петоугла.
3. Троугао ABC подељен је на једнаокраке троуглове. Дужи AF и BF су краци троугла ABF , BF и BG су краци троугла BFG , AF и EF краци троугла AEF , EF и EG краци троугла EFG и CE, GE краци троугла CEG . Доказати да су троуглови EFG и ABC слични и одредити коефициент сличности.



4. Доказати да је сума реципрочних вредности свих делитеља савршеног броја N једнака 2. За број n се каже да је савршен уколико је збир свих његових делитеља (укључујући 1 и n) једнак $2n$.
5. Од Новог Сада до Београда постоје нови и стари пут који су повезани са 7 попречних путева. Колико има различитих начина путовања овим путевима од Новог Сада до Београда, таквих да је у сваком начину путовања сваки део пута пређен највише једанпут?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.