

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.02.2006.

Први разред – А категорија

1. Доказати да кружница која садржи два темена и ортоцентар троугла има исти полупречник као и кружница описана око тог троугла.
2. Наћи највећи природан број који је мањи од збира квадрата својих цифара.
3. Од Новог Сада до Београда постоје нови и стари пут који су повезани са 7 попречних путева. Колико има различитих начина путовања овим путевима од Новог Сада до Београда, таквих да је у сваком начину путовања сваки део пута пређен највише једанпут?
4. Шта је веће

$$\frac{1, \overbrace{111 \dots 1}^{2005 \text{ цифара}}}{1, \underbrace{111 \dots 1}_{2006 \text{ цифара}}} \quad \text{или} \quad \frac{1, \overbrace{0101 \dots 01}^{4010 \text{ цифара}}}{1, \underbrace{0101 \dots 01}_{4012 \text{ цифара}}} ?$$

5. У свако поље таблице 8×8 написан је број. Дозвољено је изабрати било који квадрат 3×3 (састављен од 9 поља) или квадрат 4×4 (састављен од 16 поља) и повећати за 1 сваки број на пољима изабраног квадрата. Да ли се свака полазна таблица применом таквих операција може трансформисати у таблицу у којој су сви бројеви парни?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.