

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
19.03.2005.

Први разред – Б категорија

1. Колико има једнакокраких трапеза са целобројним страницама чији је обим 2004?
(Трапез је четвороугао који има тачно две паралелне странице!)
2. Нека су A_1, B_1, C_1 редом пресечне тачке симетрала унутрашњих углова из темена A, B, C троугла $\triangle ABC$ са описаним кругом око троугла $\triangle ABC$. Доказати да је центар уписаног круга троугла $\triangle A_1B_1C_1$ ортоцентар троугла $\triangle A_1B_1C_1$.
3. Нека су a, b и c различити цели бројеви. Показати да је и

$$m = \frac{a^3(b^2 - c^2) + b^3(c^2 - a^2) + c^3(a^2 - b^2)}{a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)}$$

такође цео.

4. Доказати да се број

$$\underbrace{11\dots11}_{2005} \underbrace{22\dots22}_{2005}$$

може написати као производ два узастопна природна броја.

5. Квадрат 2×2 подељен је на 4 квадратића 1×1 . Сваки од квадратића је обојен првеном, плавом или белом бојом.
 - а) Колико има различитих бојења?
 - б) Колико има различитих бојења у којима се све три боје појављују?

Време за рад 240 минута.
Задатке детаљно образложити.