

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
19.03.2005.

Четврти разред – Б категорија

1. Решити неједначину $\sqrt{5 - 2 \sin \frac{x}{6}} \geq 6 \sin \frac{x}{6} - 1$.

2. Доказати да је

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} \right) = 0.$$

3. Ако су $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n$ сви делиоци природног броја $n > 1$, доказати да је

$$d_1 + d_2 + \dots + d_k > k\sqrt{n}.$$

4. Доказати неједнакост:

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

5. Израчунати површину правилне четворостране призме запремине $V = \sqrt{3}$ код које је збир дужина свих ивица најмањи.

Време за рад 240 минута.
Задатке детаљно образложити.