

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије  
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
19.03.2005.

Други разред – Б категорија

1. Доказати да је број

$$\frac{1 \underbrace{000 \dots 00}_n 1}{2^{2004} + 2^{1000} - 1}$$

сложен.

2. Нека је  $H$  ортоцентар оштроуглог троугла  $\triangle ABC$ . На дужима  $BH$  и  $CH$  одређене су тачке  $B_1$  и  $C_1$  такве да је

$$\sphericalangle AB_1C = \sphericalangle AC_1B = 90^\circ.$$

Доказати да је  $AB_1 = AC_1$ .

3. Реални бројеви  $x$  и  $y$  задовољавају систем једнакости

$$\begin{aligned}x + y + \frac{x}{y} &= 10 \\ \frac{x(x+y)}{y} &= 20.\end{aligned}$$

Пронађите суму свих могућих вредности израза  $x + y$ .

4. Решити неједначину

$$\sqrt{4x - x^2 - 3} \geq \sqrt{x^2 - 7x + 12} - \sqrt{x^2 - 5x + 6}.$$

5. Доказати да за све природне бројеве  $n$  важи

$$\sqrt[3]{n+1} + \sqrt[3]{n-1} < 2\sqrt[3]{n}.$$

Време за рад 240 минута.  
Задатке детаљно образложити.