

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

19.02.2005.

Први разред – Б категорија

1. Нека је $ABCDEF$ конвексан шестоугао код кога је $AB \parallel DE$. Нека су M, P, N и Q редом средишта страница BC, CD, EF и FA , а K и L редом средишта дужи MN и PQ . Доказати да се тачке K и L поклапају ако и само ако је $AB = DE$.
2. Тетиве AB и AC круга k су једнаке, а тетива AD сече BC у тачки E . Доказати да је $\sphericalangle BEA = \sphericalangle ABD$.
3. Нека су x и y цели бројеви, такви да 90 дели $x^2 + xy + y^2$. Доказати да онда 900 дели xy .
4. Одредити све природне бројеве a и b такве да број $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{a}}{\sqrt{3} + \sqrt{b}}$ буде рационалан.
5. Ана и Бранко су ставили неки број жетона на поља шаховске табле 8×8 . Ана је записала бројеве жетона у свакој врсти, а Бранко бројеве жетона у свакој колони. Ана је записала све различите бројеве. Да ли је могуће да су сви Бранкови бројеви различити од Аниних?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.