

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

19.02.2005.

Четврти разред – Б категорија

1. Одредити све природне бројеве, n такве да је број $2^n + n^2$ дељив са 7.
2. У полулопту полупречника R уписана је правилна четворострана призма максималне запремине, тако да доња основа призме припада основи полулопте, а темена горње основе призме припадају површи полулопте. Одредити висину те призме.
3. Наћи минимум функције

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 8} + \sqrt{x^2 - 10x + 41}.$$

За које вредности x се достиже тај минимум?

4. Испитати монотоност низа $\{a_n\}$, који је дат са

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n-1} + \frac{1}{3n}.$$

5. Међу комплексним бројевима z који задовољавају једнакост

$$\left| \frac{z-i}{z-2i} \right| = \frac{1}{2}$$

одредити онај који има највећи модуо.

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.