

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

19.02.2005.

Четврти разред – А категорија

1. Нека је у троуглу  $\triangle ABC$  тачка  $H$  ортоцентар,  $M$  средина  $BC$ ,  $D$  пресек  $AM$  са описаним кругом око  $\triangle ABC$  и  $E$  симетрична тачка тачке  $D$  у односу на  $M$ . Доказати да је права  $EH$  нормална на праву  $AM$ .
2. Одредити последње 3 цифре броја  $3^{2005}$ .
3. Наћи минимум функције

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 8} + \sqrt{x^2 - 10x + 41}.$$

За које вредности  $x$  се достиже тај минимум?

4. У датом троуглу  $\triangle ABC$  конструисати тачку  $M$  чији је збир квадрата растојања до правих  $AB$ ,  $BC$  и  $CA$  минималан.
5. Да ли је могуће скуп природних бројева поделити на два дисјунктна скупа, тако да ни један од њих не садржи бесконачну аритметичку прогресију, код које нису сви елементи међусобно једнаки?

Време за рад 180 минута.  
Задатке детаљно образложити.